

Περιεχόμενα

1	Η μέθοδος της θετικής πιθανότητας	3
1.1	Η ουσία της πιθανοτικής μεθόδου	3
1.2	Η γέννηση της πιθανοτικής μεθόδου	4
1.3	Αριθμοί Ramsey	4
1.4	Πιθανοτική μέθοδος και ασυμπτωτική συμπεριφορά	6
1.5	Ένα κάτω φράγμα για αριθμούς Ramsey	8
1.6	Τουρνουά με την ιδιότητα S_k	9
1.7	Σχετικά με την προβλεψιμότητα ενός τουρνουά	11
1.8	Χρωματική απόκλιση	14
1.9	Ιδιότητα B	15
1.10	Ιδιότητα van der Waerden	16
2	Η γραμμικότητα της μέσης τιμής	19
2.1	Συνοπτική περιγραφή της μεθόδου	19
2.2	Απλές γραφοθεωρητικές εφαρμογές	20
2.3	Κυρίαρχα κέντρα γειτνίασης	23
2.4	Αποδείξεις μη ύπαρξης με την ανισότητα Markov	25
2.5	Μη ικανοποιησιμότητα τυχαίων λογικών τύπων: ένα φράγμα	26
2.6	Κυρίαρχα κέντρα γειτνίασης σε τυχαίους γράφους	29
2.7	Οι δυνατότητες και τα όρια της μεθόδου	30
3	Παραλλαγές των βασικών μεθόδων	31
3.1	Εισαγωγικές παρατηρήσεις	31
3.2	Η μέθοδος της διαγραφής	31
3.3	Βελτιωμένα κάτω φράγματα για αριθμούς Ramsey	32
3.4	Κάτω φράγματα για σύνολα ανεξαρτησίας	35
3.5	Η μέθοδος των λιγότερων γεγονότων	36
3.6	Προβλεψιμότητα τουρνουά: ισχυρότερα αποτελέσματα	37
3.7	Η μέθοδος των επαναληπτικών τυχαίων πειραμάτων	40
3.8	Καλύτερα φράγματα για την ιδιότητα B	41

4	Η μέθοδος της δεύτερης ροπής	45
4.1	Ένα ποιοτικό άλμα: η ανισότητα του Chebyshev	45
4.2	Συνοπτική περιγραφή της μεθόδου	46
4.3	Πλήρεις υπογράφοι μεγέθους 4 στο $G_{n,p}$	51
4.4	Λογαριθμικά κυρίαρχα κέντρα γειτνίασης στο $G_{n,1/2}$	53
4.5	Τα όρια της μεθόδου	57
5	Το Τοπικό Θεώρημα	59
5.1	Εκθετικά μικρές (θετικές) πιθανότητες ύπαρξης	59
5.2	Η περίπτωση “σχεδόν” στοχαστικά ανεξάρτητων γεγονότων	60
5.3	Το Τοπικό Θεώρημα (η συμμετρική περίπτωση)	61
5.4	Ένα καλύτερο φράγμα για διαγώνιους αριθμούς Ramsey	64
5.5	Ένα ισχυρότερο φράγμα για την ιδιότητα van der Waerden	66
5.6	Η γενική μορφή του Τοπικού Θεωρήματος	67
5.7	Ένα ισχυρό φράγμα για μη διαγώνιους αριθμούς Ramsey	68
6	Η ανισότητα του Janson	71
6.1	Αθροίσματα σχεδόν ανεξάρτητων μεταβλητών και η κατανομή Poisson	71
6.2	Οι ανισότητες του Janson: παρουσίαση και παρατηρήσεις	72
6.3	Αραιοί τυχαίοι γράφοι χωρίς τρίγωνα	77
6.4	Μονοπάτια μήκους 3 σε τυχαίους γράφους	79
6.5	Μια πιο κλασσική προσέγγιση: η μέθοδος του Brun	81
6.6	Συμμετοχή των κορυφών τυχαίων γράφων σε τρίγωνα	83
7	Η μέθοδος των ακολουθιών διατήρησης	87
7.1	Εισαγωγικές παρατηρήσεις	87
7.2	Ακολουθίες διατήρησης: ορισμός και ιδιότητες	88
7.3	Ακολουθίες διατήρησης για έκθεση τυχαίων γράφων	91
7.4	Το εργαλείο της μεθόδου: η ανισότητα του Azuma	94
7.5	Η ισχυρή συγκέντρωση του χρωματικού αριθμού	98
7.6	Αξιόπιστα “παχιά δέντρα” με λάθη στις ακμές	99
7.7	Ο χρωματικός αριθμός πυκνών τυχαίων γράφων	101
8	Τυχαίοι περίπατοι και μαρκοβιανές αλυσίδες	105
8.1	Εισαγωγικές παρατηρήσεις	105
8.2	Τυχαίοι περίπατοι	107
8.3	Μαρκοβιανές αλυσίδες	112
8.4	Απαρίθμηση και τυχαία κατασκευή συνδυαστικών δομών	117
8.5	Η ιδιότητα της γρήγορης σύγκλισης	120
8.6	Γρήγορη σύγκλιση και η ιδιότητα της επέκτασης	123
8.7	Γράφοι επεκτατές με λάθη στις ακμές	126

9 Φράγματα Chernoff	131
9.1 Εισαγωγικές παρατηρήσεις	131
9.2 Τα φράγματα Chernoff	132
9.3 Ισχυρή πολυσυνδεσιμότητα των κορυφών τυχαίων γράφων	136
9.4 Ο αλγόριθμος απληστίας για κυρίαρχα κέντρα γειτνίασης	139
A' Θεωρία Πιθανοτήτων	143
A'.1 Δειγματοχώροι και Γεγονότα	143
A'.2 Ο αξιωματικός ορισμός της πιθανότητας	144
A'.3 Η πιθανότητα της ένωσης γεγονότων	145
A'.4 Δεσμευμένη πιθανότητα και στοχαστική ανεξαρτησία	146
A'.5 Τυχαίες μεταβλητές	148
A'.6 Ποσοτικοί παράμετροι κατανομών	150
A'.7 Ορισμένες βασικές κατανομές	153
B' Θεωρία Γράφων	157
B'.1 Εισαγωγικά στοιχεία	157
B'.2 Βασικοί ορισμοί	158
B'.3 Συνεκτικότητα, κύκλοι, δέντρα	160
B'.4 Διαπερασιμότητα γράφων	162
B'.5 Ανεξαρτησία, ταιριάσματα και χρωματισμοί	163
Γ' Μαθηματικό Υπόβαθρο	165
Γ'.1 Ασυμπτωτικοί συμβολισμοί	165
Γ'.2 Βασικές σχέσεις	167
Γ'.3 Συνδυαστική ανάλυση	169
Γ'.4 Γεννήτριες συναρτήσεις	171